МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КубГУ»)**

**Факультет компьютерных технологий и прикладной математики Кафедра прикладной математики**

**ОТЧЕТ**

**по дисциплине**

**«Методы оптимизации»**

Работу выполнил \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А. В. Истомин

Работу принял преподаватель Е. С. Троценко

Краснодар

2024

1. **Постановка задачи**

Пусть дана функция *f*(*x*), ограниченная снизу на множестве Rn и имеющая непрерывные частные производные во всех его точках.

Требуется найти локальный минимум функции  *f*(*x*) на множестве допустимых решений X = Rn, т.е. найти такую точку x\* ϵ Rn , что, .

Дана функция f(x) = , требуется найти ее минимум методом Ньютона, ,, М=50, .

1. **Стратегия поиска**

Стратегия решения задачи состоит в построении последовательности точек {}, k = 0,1, …, таких что *f (*) <  *f* (). Точки последовательности {} вычисляются по правилу *x*k+1 = *x*k**–***d* k. Точка  задается исследователем; направление спуска определяется для каждого значения k по формуле:

.

Выбор гарантирует выполнение требования при условии, что H. При выполнении этого условия последовательность является последовательность является последовательностью точек минимумов квадратичных функций , k=0,1,… Чтобы обеспечить выполнение требования , даже в тех случаях, когда для каких-либо значений матрица Гессе H не окажется положительно определенной, рекомендуется для соответствующих значений k вычислить точку по методу градиентного спуска с выбором величины шага из условия .

Построение последовательности {}, *k* = 0,1,…, заканчивается в точке , для которой , где - заданное число; или если k ≥ M, где М – предельное число итераций; или при двукратном одновременном выполнении неравенств  , , где - малое положительное число. Вопрос о том, может ли точка  рассматриваться как найденное приближение искомой точки локального минимума , решается путем дополнительного исследования.

1. **Алгоритм**

***Шаг*1**. Задать , ,, , предельное число итераций М. Найти градиент функции в произвольной точке и матрицу Гессе H(x).

***Шаг* 2**. Положить k = 0.

***Шаг* 3**. Вычислить **.**

***Шаг* 4**. Проверить выполнение критерия окончания :

а) если критерий выполнен, то ;

б) если критерий не выполнен, то перейти к шагу 5.

***Шаг* 5**. Проверить выполнение неравенства k ≥ M:

а) если неравенство выполнено, то ;

б) если нет, то перейти к шагу 6.

***Шаг 6.*** Вычислить матрицу H(x)

***Шаг 7.*** Вычислить матрицу

***Шаг 8.*** Проверить выполнение условия :

a) если , то перейти к шагу 9;

b) иначе перейти к шагу 10, положив .

***Шаг* 9**. Определить .

***Шаг* 10**. Вычислить

***Шаг* 11**. Проверить выполнение условий  , :

а) если оба условия выполнены при текущем значении k и k = k-1, то расчет окончен, ;

б) если хотя бы одно из условий не выполнено, то положить k = k+1 и перейти к шагу 3.

1. **Код программы**

Выполнен на языке программирования С++

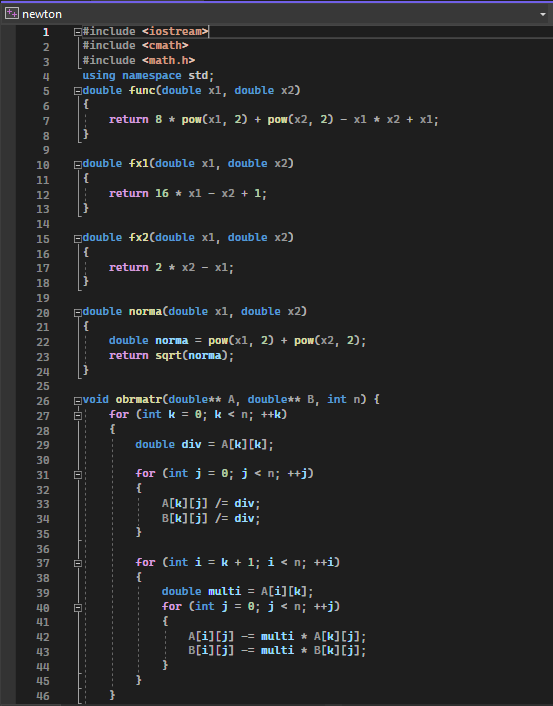


Рисунок 1 – Код программы

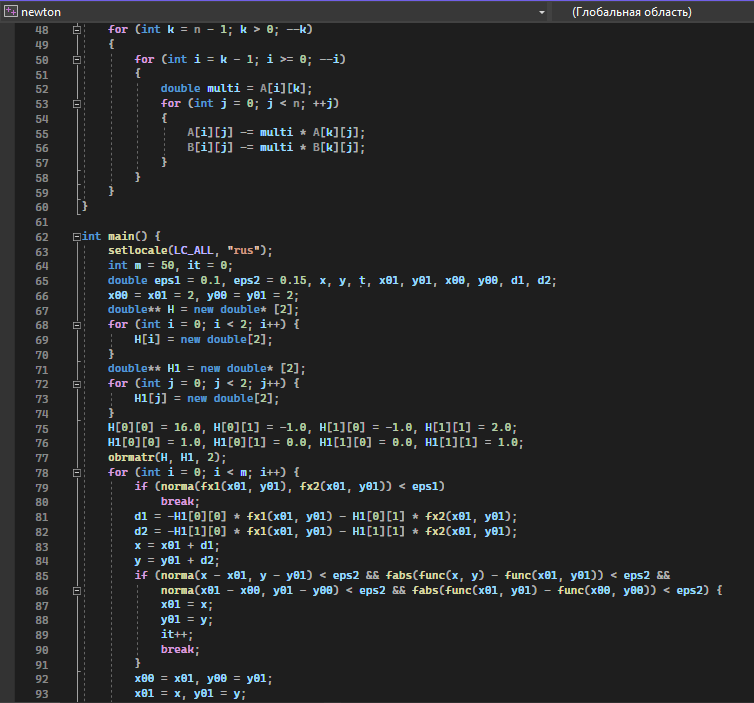


Рисунок 2 **–** Код программы

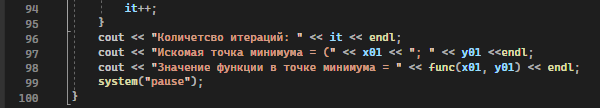


Рисунок 3 **–** Код программы

1. **Сходимость**

Пусть дважды непрерывно дифференцируемая сильно выпуклая функция с константой l > 0 на и удовлетворяет условию

,

где L > 0, а начальная точка такова, что , т.е

где q (0,1). Тогда последовательность , сходится к точке минимума с квадратичной скоростью:

где = .

1. **Вывод**

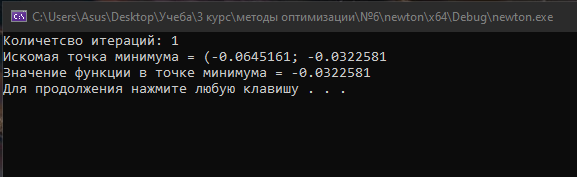


Рисунок 4 **–** Результат работы программы

Был изучен метод Ньютона для поиска локального минимума для функции при ,, М=50, . В ходе работы была написана программа на языке программирования С++, которая реализует решение задачи на нахождение минимума функции методом Ньютона.

Найдена точка минимума=(-0,0645161;-0,0322581), за определенное количество итераций (1). Значение функции в найденной точки минимума равно -0,0322581. Метод Ньютона находит точку минимума и значение функции в ней гораздо быстрее и точнее метода Флетчера-Ривса.